MÉLI-MÉLO

Répon à la
Toute répo

1 Factorisez chacune des expressions suivantes.

a) $a^2 + 18a + 81$

Trinôme carré parfait, car

$2 \times \sqrt{1} \times \sqrt{81} = 18.$

$a^2 + 18a + 81 = \left(\sqrt{1}a + \sqrt{81}\right)^2$
$= (a + 9)^2$

$(a + 9)^2$

b) $b^2 + 2b - 99$

$m \times n = -99$

$m + n = 2$

donc, $m = -9$ et $n = 11$.

$b^2 + 2b - 99$
$= (b - 9)(b + 11)$

$(b - 9)(b + 11)$

c) $16c^2 - 24c + 9$

Trinôme carré parfait,

$2 \times \sqrt{16} \times \sqrt{9} = 24.$

$16c^2 - 24c + 9 = \left(\sqrt{16}c - \sqrt{9}\right)^2$
$= (4c - 3)^2$

$(4c - 3)^2$

d) $d^2 - 2500$

Différence de deux carrés.

$d^2 - 2500 = (d + 50)(d - 50)$

$(d + 50)(d - 50)$

e) $6e^2 - 5e - 6$

$m \times n = 6 \times -6 = -36$

$m + n = -5$

donc, $m = -9$ et $n = 4$.

$6e^2 - 5e - 6$
$= 6e^2 + 4e - 9e - 6$
$= 2e(3e + 2) - 3(3e + 2)$
$= (3e + 2)(2e - 3)$

$(3e + 2)(2e - 3)$

f) $3f^2 - 32f - 48$

$m \times n = 3 \times -48 = -144$

$m + n = -32$

donc, $m = -36$ et $n = 4$.

$3f^2 - 32f - 48$
$= 3f^2 - 36f + 4f - 48$
$= 3f(f - 12) + 4(f - 12)$
$= (f - 12)(3f + 4)$

$(f - 12)(3f + 4)$

g) $g^2 - 14g + 49$

Trinôme carré parfait, car

$2 \times \sqrt{1} \times \sqrt{49} = 14.$

$g^2 - 14g + 49 = \left(\sqrt{1}g - \sqrt{49}\right)^2$
$= (g - 7)^2$

$(g - 7)^2$

h) $h^2 - 81$

Différence de deux carrés.

$h^2 - 81 = (h + 9)(h - 9)$

$(h + 9)(h - 9)$

i) $25i^2 + 60i + 36$

Trinôme carré parfait, car

$2 \times \sqrt{25} \times \sqrt{36} = 60.$

$25i^2 + 60i + 36 = \left(\sqrt{25}i + \sqrt{36}\right)^2$
$= (5i + 6)^2$

$(5i + 6)^2$

Répon à la
Toute répo

j) $jk + 3j + 5k + 15$

$jk + 3j + 5k + 15$
$= j(k + 3) + 5(k + 3)$
$= (k + 3)(j + 5)$

$(k + 3)(j + 5)$

k) $mn - 14 + 7m - 2n$

$mn - 14 + 7m - 2n$
$= mn + 7m - 14 - 2n$
$= m(n + 7) - 2(7 + n)$
$= (n + 7)(m - 2)$

$(n + 7)(m - 2)$

l) $6pq + 2 - 4p - 3q$

$6pq + 2 - 4p - 3q$
$= 6pq - 4p - 3q + 2$
$= 2p(3q - 2) - (3q - 2)$
$= (3q - 2)(2p - 1)$

$(3q - 2)(2p - 1)$

m) $6x^2 - 19x + 15$

$m \times n = 6 \times 15 = 90$

$m + n = -19$

donc, $m = -10$ et $n = -9$.

$6x^2 - 19x + 15$
$= 6x^2 - 10x - 9x + 15$
$= 2x(3x - 5) - 3(3x - 5)$
$= (3x - 5)(2x - 3)$

$(3x - 5)(2x - 3)$

n) $4x^2 - 17x + 4$

$m \times n = 4 \times 4 = 16$

$m + n = -17$

donc, $m = -16$ et $n = -1$.

$4x^2 - 17x + 4$
$= 4x^2 - 16x - x + 4$
$= 4x(x - 4) - 1(x - 4)$
$= (x - 4)(4x - 1)$

$(x - 4)(4x - 1)$

o) $36x^2 - 97x + 36$

$m \times n = 36 \times 36 = 1296$

$m + n = -97$

donc, $m = -81$ et $n = -16$.

$36x^2 - 97x + 36$
$= 36x^2 - 16x - 81x + 36$
$= 4x(9x - 4) - 9(9x - 4)$
$= (9x - 4)(4x - 9)$

$(9x - 4)(4x - 9)$

p) $5a^3 + 15a^2 + 10a$

$5a^3 + 15a^2 + 10a$
$= 5a(a^2 + 3a + 2)$
$= 5a(a + 2)(a + 1)$

$5a(a + 2)(a + 1)$

q) $^-3b^3 + 54b^2 - 243b$

$^-3b^3 + 54b^2 - 243b$
$= {}^-3b(b^2 - 18b^2 + 81)$
$= {}^-3b(b - 9)^2$

$^-3b(b - 9)^2$

r) $4c^4 - 36c^2$

$4c^4 - 36c^2$
$= 4c^2(c^2 - 9)$
$= 4c^2(c + 3)(c - 3)$

$4c^2(c + 3)(c - 3)$

s) $14d^4 + 350d^2$

$14d^4 + 350d^2$
$= 14d^2(d^2 + 25)$

$14d^2(d^2 + 25)$

t) $20e^2 - 22e - 12$

$20e^2 - 22e - 12$
$= 2(10e^2 - 11e - 6)$
$= 2(10e^2 + 4e - 15e - 6)$
$= 2(2e(5e + 2) - 3(5e - 2))$
$= 2(5e + 2)(2e - 3)$

$2(5e + 2)(2e - 3)$

u) $^-16f^3 - 16f^2 - 4f$

$^-16f^3 - 16f^2 - 4f$
$= {}^-4f(4f^2 + 4f + 1)$
$= {}^-4f(2f + 1)^2$

$^-4f(2f + 1)^2$

v) $7g^2 - 35g - 98$

$7g^2 - 35g - 98$
$= 7(g^2 - 5g - 14)$
$= 7(g - 7)(g + 2)$

w) $j^2k^2 + 3j^2k - 5jk^2 - 15jk$

$j^2k^2 + 3j^2k - 5jk^2 - 15jk$
$= jk(jk + 3j - 5k - 15)$
$= jk(j(k + 3) - 5(k + 3))$
$= jk(k + 3)(j - 5)$

x) $20i^2 - 720$

$20i^2 - 720$
$= 20(i^2 - 36)$
$= 20(i + 6)(i - 6)$

y) $2x^2y - 9x^2 + 8xy - 36x$

$2x^2y - 9x^2 + 8xy - 36x$
$= x(2xy - 9x + 8y - 36)$
$= x(x(2y - 9) + 4(2y - 9))$
$= x(2y - 9)(x + 4)$

$x(2y - 9)(x + 4)$

z) $60mn - 60 - 40m + 90n$

$60mn - 60 - 40m + 90n$
$= 10(6mn - 6 - 4m + 9n)$
$= 10(6mn - 4m + 9n - 6)$
$= 10(2m(3n - 2) + 3(3n - 2))$
$= 10(3n - 2)(2m + 3)$

$10(3n - 2)(2m + 3)$

aa) $6pqr + 12r - 12pr - 6qr$

$6pqr + 12r - 12pr - 6qr$
$= 6r(pq + 2 - 2p - q)$
$= 6r(pq - 2p - q + 2)$
$= 6r(p(q - 2) - (q - 2))$
$= 6r(q - 2)(p - 1)$

$6r(q - 2)(p - 1)$

bb) $^-8x^2 + 22x + 40$

$^-8x^2 + 22x + 40$
$= {}^-2(4x^2 - 11x - 20)$
$= {}^-2(4x^2 - 16x + 5x - 20)$
$= {}^-2(4x(x - 4) + 5(x - 4))$
$= {}^-2(x - 4)(4x + 5)$

$^-2(x - 4)(4x + 5)$

cc) $10x^3 - 52x^2 + 10x$

$10x^3 - 52x^2 + 10x$
$= 2x(5x^2 - 26x + 5)$
$= 2x(5x^2 - 25x - x + 5)$
$= 2x(5x(x - 5) - 1(x - 5))$
$= 2x(x - 5)(5x - 1)$

$2x(x - 5)(5x - 1)$

dd) $x^4 - 16$

$x^4 - 16$
$= (x^2 - 4)(x^2 + 4)$
$= (x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$

$(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$

2 Factorisez chacune des expressions suivantes par la méthode de la complétion du carré.

a) $10a^4 + 34a^3 + 12a^2$

$$\begin{aligned} & 10a^4 + 34a^3 + 12a^2 \\ &= 10a^2(a^2 + 3{,}4a + 1{,}2) \\ &= 10a^2(a^2 + 3{,}4a + 2{,}89 - 2{,}89 + 1{,}2) \\ &= 10a^2((a + 1{,}7)^2 - 1{,}69) \\ &= 10a^2(a + 1{,}7 - 1{,}3)(a + 1{,}7 + 1{,}3) \\ &= 10a^2(a + 0{,}4)(a + 3) \end{aligned}$$

$10a^2(a + 0{,}4)(a + 3)$

b) $5x^3 + 10{,}5x^2 - 3{,}6x$

$$\begin{aligned} & 5x^3 + 10{,}5x^2 - 3{,}6x \\ &= 5x(x^2 + 2{,}1x - 0{,}72) \\ &= 5x(x^2 + 2{,}1x + 1{,}1025 - 1{,}1025 - 0{,}72) \\ &= 5x((x + 1{,}05)^2 - 1{,}8225) \\ &= 5x(x + 1{,}05 - 1{,}35)(x + 1{,}05 + 1{,}35) \\ &= 5x(x - 0{,}3)(x + 2{,}4) \end{aligned}$$

$5x(x - 0{,}3)(x + 2{,}4)$

c) $50x^2y - 75xy - 500y$

$50y(x - 4)(x + 2{,}5)$

3 La démarche suivante de factorisation de l'expression $8x^2 - 26x + 15$ contient une erreur. Indiquez laquelle et corrigez-la.

$$\begin{aligned} 8x^2 - 26x + 15 &= 8x^2 - 30x + 4x + 15 \\ &= 8x^2 - 30x + 4x - 15 \\ &= 2x(4x - 15) + (4x - 15) \\ &= (4x - 15)(2x + 1) \end{aligned}$$

Pour factoriser, il faut déterminer deux nombres entiers m et n tels que : • $m \times n = 8 \times 15 = 120$

• $m + n = {}^{-}26$

Or, dans la démarche, on a ${}^{-}30 \times 4 \neq 120$ et ${}^{-}30 + 4 = {}^{-}26$. De plus, à la 2e ligne, on a changé le « + 15 » par « − 15 ».

Les deux nombres recherchés sont plutôt ${}^{-}20$ et ${}^{-}6$.

La démarche devrait donc être : $8x^2 - 26x + 15 = 8x^2 \mathbf{- 20x - 6x} + 15$

$= 4x(2x - 5) - 3(2x - 5)$

$= (2x - 5)(4x - 3)$

4 Dans chaque cas, indiquez si le polynôme est un trinôme carré parfait, une différence de deux carrés ou ni l'un ni l'autre.

	Trinôme carré parfait	**Différence de deux carrés**	**Ni l'un ni l'autre**
a) $4x^2 - 36y^2$	☐	☒	☐
b) $16x^2 - 12x + 9$	☐	☐	☒
c) $25z^2 + 20z + 4$	☒	☐	☐
d) $a^2 + b^2$	☐	☐	☒
e) $100 - y^2$	☐	☒	☐
f) $a^2 - 2ab + b^2$	☒	☐	☐
g) $36 + 12g + g^2$	☒	☐	☐
h) $x^2 - 10\ 000$	☐	☒	☐

5 Réduisez chacune des expressions rationnelles suivantes en indiquant les restrictions qui s'appliquent s'il y a lieu.

a) $\dfrac{2x^2 + 7x - 4}{2x - 1}$

$= \dfrac{(2x - 1)(x + 4)}{2x - 1}$

$= \dfrac{\cancel{(2x - 1)}(x + 4)}{\cancel{2x - 1}}$

$= x + 4$

$x + 4$, si $x \neq 0{,}5$.

b) $\dfrac{x^2 + x - 6}{3x^2 - x - 10}$

$= \dfrac{(x + 3)(x - 2)}{(3x + 5)(x - 2)}$

$= \dfrac{(x + 3)\cancel{(x - 2)}}{(3x + 5)\cancel{(x - 2)}}$

$= \dfrac{x + 3}{3x + 5}$

$\dfrac{x + 3}{3x + 5}$, si $x \neq -\dfrac{5}{3}$ et $x \neq 2$.

c) $\dfrac{5a^3 - 80a}{5a^2 + 20a}$

$= \dfrac{5a(a^2 - 16)}{5a(a + 4)}$

$= \dfrac{5a(a + 4)(a - 4)}{5a(a + 4)}$

$= \dfrac{\cancel{5a}\cancel{(a + 4)}(a - 4)}{\cancel{5a}\cancel{(a + 4)}}$

$= a - 4$

$a - 4$, si $a \neq -4$ et $a \neq 0$.

d) $\dfrac{6de - 3e + 2d - 1}{6de - 3e - 2d + 1}$

$= \dfrac{3e(2d - 1) + (2d - 1)}{3e(2d - 1) - (2d - 1)}$

$= \dfrac{(3e + 1)\cancel{(2d - 1)}}{(3e - 1)\cancel{(2d - 1)}}$

$= \dfrac{3e + 1}{3e - 1}$

$\dfrac{3e + 1}{3e - 1}$, si $d \neq \dfrac{1}{2}$ et $e \neq \dfrac{1}{3}$.

e) $\dfrac{6x^2 + 30x + 36}{2x^3 + 10x^2 + 12x}$

$= \dfrac{6(x^2 + 5x + 6)}{2x(x^2 + 5x + 6)}$

$= \dfrac{6(x + 2)(x + 3)}{2x(x + 2)(x + 3)}$

$= \dfrac{{}^{3}\cancel{6}\cancel{(x + 2)}\cancel{(x + 3)}}{\cancel{2}x\cancel{(x + 2)}\cancel{(x + 3)}}$

$= \dfrac{3}{x}$

$\dfrac{3}{x}$, si $x \neq -3$, $x \neq -2$ et $x \neq 0$.

f) $\dfrac{x^2 - 32x + 256}{x^2 - 256}$

$= \dfrac{(x - 16)^2}{(x + 16)(x - 16)}$

$= \dfrac{(x - 16)^{\cancel{2}}}{(x + 16)\cancel{(x - 16)}}$

$= \dfrac{x - 16}{x + 16}$

$\dfrac{x - 16}{x + 16}$, si $x \neq -16$ et $x \neq 16$.

6 Réduisez chacune des expressions rationnelles suivantes en indiquant les restrictions qui s'appl
s'il y a lieu.

a) $\frac{2}{x+3} + \frac{5}{x-1}$

$= \frac{2(x-1)}{(x+3)(x-1)} + \frac{5(x+3)}{(x+3)(x-1)}$

$= \frac{2x - 2 + 5x + 15}{(x+3)(x-1)}$

$= \frac{7x+13}{(x+3)(x-1)}$

$\frac{7x+13}{(x+3)(x-1)}$, si $x \neq {}^-3$ et $x \neq 1$.

b) $\frac{7}{x-9} - \frac{7}{x+9}$

$= \frac{7(x+9)}{(x-9)(x+9)} - \frac{7(x-9)}{(x-9)(x+9)}$

$= \frac{7x + 63 - 7x + 63}{(x-9)(x+9)}$

$= \frac{126}{(x-9)(x+9)}$

$\frac{126}{(x-9)(x+9)}$, si $x \neq {}^-9$ et $x \neq 9$.

c) $\frac{8x-4}{3x+15} \times \frac{2x+10}{12x-6}$

$= \frac{4(2x-1)}{3(x+5)} \times \frac{\cancel{2}(x+5)}{{}_3\cancel{6}(2x-1)}$

$= \frac{4\cancel{(2x-1)}\cancel{(x+5)}}{9\cancel{(x+5)}\cancel{(2x-1)}} = \frac{4}{9}$

$\frac{4}{9}$, si $x \neq 0{,}5$ et $x \neq {}^-5$.

d) $\frac{2x^2 - x - 28}{x^2 - 16} \div \frac{x+4}{x^2 + 8x + 16}$

$= \frac{(2x+7)(x-4)}{(x+4)(x-4)} \times \frac{(x+4)^2}{x+4}$

$= \frac{(2x+7)\cancel{(x-4)}\cancel{(x+4)^2}}{\cancel{(x+4)^2}\cancel{(x-4)}} = 2x + 7$

$2x + 7$, si $x \neq {}^-4$ et $x \neq 4$.

e) $\dfrac{30x^3 + 24x^2}{5x} \times \dfrac{5x^3}{10x + 8}$

$= \dfrac{^{3}\cancel{30}\,x^{\cancel{5}\,4}\cancel{(5x+4)}}{\cancel{10}\,\cancel{x}\cancel{(5x+4)}} = 3x^4$

$3x^4$, si $x \neq {}^-0{,}8$ et $x \neq 0$.

f) $\dfrac{x + 2}{x + 4} - \dfrac{x}{x + 6}$

$= \dfrac{(x + 2)(x + 6)}{(x + 4)(x + 6)} - \dfrac{x(x + 4)}{(x + 4)(x + 6)}$

$= \dfrac{4(x + 3)}{(x + 4)(x + 6)}$

$\dfrac{4(x + 3)}{(x + 4)(x + 6)}$, si $x \neq {}^-6$ et $x \neq {}^-4$.

g) $\dfrac{x^2 + 4x - 32}{x^2 - 8x + 16} \div \dfrac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 20}$

$= \dfrac{(x + 8)(x - 4)}{(x - 4)^2} \times \dfrac{(x + 5)(x - 4)}{(x + 8)(x + 5)}$

$= \dfrac{\cancel{(x+8)}\cancel{(x-4)}\cancel{(x+5)}\cancel{(x-4)}}{\cancel{(x-4)^2}\cancel{(x+8)}\cancel{(x+5)}} = 1$

1, si $x \neq {}^-8$, $x \neq {}^-5$ et $x \neq 4$.

h) $\dfrac{x + 4}{3x - 12} + \dfrac{x - 4}{5x + 20}$

$= \dfrac{5(x + 4)(x + 4)}{15(x - 4)(x + 4)} + \dfrac{3(x - 4)(x - 4)}{15(x - 4)(x + 4)}$

$= \dfrac{8(x^2 + 2x + 16)}{15(x - 4)(x + 4)}$

$\dfrac{8(x^2 + 2x + 16)}{15(x - 4)(x + 4)}$, si $x \neq {}^-4$ et $x \neq 4$.

i) $\dfrac{a-3}{a-6}+\dfrac{2a+4}{a^2-36}$

$= \dfrac{(a-3)(a+6)}{(a+6)(a-6)}+\dfrac{2a+4}{(a+6)(a-6)}$

$= \dfrac{(a+7)(a-2)}{(a+6)(a-6)}$

$\dfrac{(a+7)(a-2)}{(a+6)(a-6)}$, si $a \neq {}^-6$ et $a \neq 6$.

j) $\dfrac{x^2+6x-7}{x^2-1} \div \dfrac{4x^2+21x-49}{5x^2+5x}$

$= \dfrac{\cancel{(x+7)}\cancel{(x-1)}5x\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}\cancel{(x-1)}(4x-7)\cancel{(x+7)}}$

$= \dfrac{5x}{4x-7}$

$\dfrac{5x}{4x-7}$, si $x \neq {}^-7$, $x \neq {}^-1$, $x \neq 0$, $x \neq 1$ et $x \neq 1{,}75$.

k) $\dfrac{9x^2-24x+16}{x^2-16x+64} \times \dfrac{x^2-64}{3x^2+20x-32}$

$= \dfrac{(3x-4)^2\cancel{(x+8)}\cancel{(x-8)}}{(x-8)^2\cancel{(3x-4)}\cancel{(x+8)}}$

$= \dfrac{3x-4}{x-8}$

$\dfrac{3x-4}{x-8}$, si $x \neq {}^-8$, $x \neq \dfrac{4}{3}$ et $x \neq 8$.

l) $\dfrac{2}{x^2+4x-5}-\dfrac{x+6}{x^2+5x}$

$= \dfrac{2x}{x(x+5)(x-1)}-\dfrac{(x+6)(x-1)}{x(x+5)(x-1)}$

$= \dfrac{{}^-x^2-3x+6}{x(x+5)(x-1)}$

$\dfrac{{}^-x^2-3x+6}{x(x+5)(x-1)}$, si $x \neq {}^-5$, $x \neq 0$ et $x \neq 1$.

m) $\dfrac{2x+1}{2x-1} - \dfrac{2x-1}{2x+1}$

$= \dfrac{(2x+1)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)} - \dfrac{(2x-1)(2x-1)}{(2x-1)(2x+1)}$

$= \dfrac{8x}{(2x+1)(2x-1)}$

$\dfrac{8x}{(2x+1)(2x-1)}$, si $x \neq -0{,}5$ et $x \neq 0{,}5$.

n) $\dfrac{x^2-4}{x^2-x-2} \times \dfrac{x-4}{x+2}$

$= \dfrac{\cancel{(x+2)}\cancel{(x-2)}(x-4)}{\cancel{(x-2)}(x+1)\cancel{(x+2)}} = \dfrac{x-4}{x+1}$

$\dfrac{x-4}{x+1}$, si $x \neq -2$, $x \neq -1$ et $x \neq 2$.

o) $\dfrac{4x^2-12x+9}{2x^2-9x+9} \div \dfrac{2x^2+3x-9}{8x^2-72}$

$= \dfrac{(2x-3)^2}{(2x-3)(x-3)} \times \dfrac{8(x^2-9)}{(2x-3)(x+3)}$

$= \dfrac{8\cancel{(2x-3)^2}\cancel{(x+3)}\cancel{(x-3)}}{\cancel{(2x-3)}\cancel{(x-3)}\cancel{(2x-3)}\cancel{(x+3)}}$

$= 8$

8, si $x \neq -3$, $x \neq 1{,}5$ et $x \neq 3$.

p) $\dfrac{5x+20}{3x^2+17x+20} + \dfrac{2x-1}{2x^2+7x-4}$

$= \dfrac{5(x+4)}{(3x+5)(x+4)} + \dfrac{2x-1}{(x+4)(2x-1)}$

$= \dfrac{8x+25}{(3x+5)(x+4)}$

$\dfrac{8x+25}{(3x+5)(x+4)}$, si $x \neq -4$, $x \neq -\dfrac{5}{3}$ et $x \neq \dfrac{1}{2}$.

7 L'aire d'un cercle correspond à l'expression algébrique $(25\pi x^2 + 120\pi x + 144\pi)$ cm². Déterminez l'expression algébrique représentant la circonférence de ce cercle.

$$A_{\text{cercle}} = \pi r^2$$
$$25\pi x^2 + 120\pi x + 144\pi = \pi r^2$$
$$25x^2 + 120x + 144 = r^2$$
$$(5x+12)^2 = r^2$$
$$5x + 12 = r$$

La circonférence $C = 2\pi r$

$= 2\pi(5x+12)$

$= 10\pi x + 24\pi$

Réponse : La circonférence de ce cercle est de $(10\pi x + 24\pi)$ cm.

- Aire de la face du dessus : $(15x^2 + 26x + 8)$ u²;
- Aire de la face de côté : $(15x^2 + 14x - 8)$ u².

Déterminez l'expression algébrique qui correspond au volume de ce prisme.

En factorisant chacune des expressions correspondant à une face du prisme, il est possible de déterminer que :

$25x^2 - 4 = (5x + 2)(5x - 2)$

$$\begin{aligned} 15x^2 + 26x + 8 &= 15x^2 + 6x + 20x + 8 \\ &= 3x(5x + 2) + 4(5x + 2) \\ &= (5x + 2)(3x + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15x^2 + 14x - 8 &= 15x^2 - 6x + 20x - 8 \\ &= 3x(5x - 2) + 4(5x - 2) \\ &= (5x - 2)(3x + 4) \end{aligned}$$

Les dimensions du prisme sont : $(5x + 2)$ u, $(3x + 4)$ u et $(5x - 2)$ u.

Le volume de ce prisme est donc :

$$\begin{aligned} (5x + 2)(3x + 4)(5x - 2) &= (15x^2 + 26x + 8)(5x - 2) \\ &= 75x^3 - 30x^2 + 130x^2 - 52x + 40x - 16 \\ &= (75x^3 + 100x^2 - 12x - 16)\ \text{u}^3 \end{aligned}$$

Réponse : Le volume de ce prisme est $(75x^3 + 100x^2 - 12x - 16)$ u³.

9 L'aire d'un terrain rectangulaire correspond à l'expression algébrique $(8x^2 + 6x - 27)$ m², où $x > 0$. Sachant que les dimensions du terrain sont des binômes et que le plus petit côté de ce terrain mesure 49 m, déterminez le coût d'achat du terrain s'il se vend 22 \$/m².

L'aire A d'un rectangle est : $A = b \times h$

En factorisant l'expression, il est possible de déterminer que :

$$\begin{aligned} & 8x^2 + 6x - 27 \\ &= 8x^2 - 12x + 18x - 27 \\ &= 4x(2x - 3) + 9(2x - 3) \\ &= (4x + 9)(2x - 3) \end{aligned}$$

Puisque $x > 0$, le plus petit côté correspond à l'expression $2x - 3$:

$$\begin{aligned} 2x - 3 &= 49 \\ x &= 26 \end{aligned}$$

Le plus grand côté correspond à l'expression $4x + 9$:

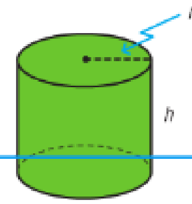
$4 \times 26 + 9 = 113$ m

L'aire totale du terrain est donc : $49 \times 113 = 5537$ m²

Le coût d'achat est de : $5537 \times 22 = 121\,814$ \$

Réponse : Le coût d'achat du terrain est de 121 814 \$.

10 L'aire latérale du cylindre ci-contre est de $(6\pi xy - 2\pi x + 54\pi y - 18\pi)$ cm².



Sachant que le rayon de la base et que la hauteur sont des binômes, déterminez les deux expressions algébriques pouvant correspondre à l'aire de la base.

On sait que l'aire latérale A_L d'un cylindre est :

A_L = circonférence de la base × hauteur = $2\pi r \times h$

En factorisant l'aire latérale, il est possible de déterminer l'expression algébrique qui correspond au périmètre de la base :

$$\begin{aligned} 6\pi xy - 2\pi x + 54\pi y - 18\pi &= 2\pi(3xy - x + 27y - 9) \\ &= 2\pi(x(3y - 1) + 9(3y - 1)) \\ &= 2\pi(3y - 1)(x + 9) \end{aligned}$$

Le rayon peut être $(x + 9)$ ou $(3y - 1)$.

L'aire de la base d'un cylindre est :

$A_{base} = \pi r^2$

$$\begin{aligned} A_{base} &= \pi(x + 9)^2 \\ &= \pi x^2 + 18\pi x + 81\pi \end{aligned} \qquad \text{ou} \qquad \begin{aligned} A_{base} &= \pi(3y - 1)^2 \\ &= 9\pi y^2 - 6\pi y + \pi \end{aligned}$$

Réponse : Les expressions algébriques $(\pi x^2 + 18\pi x + 81\pi)$ cm² et $(9\pi y^2 - 6\pi y + \pi)$ cm² peuvent correspondre à l'aire de la base du cylindre.

11 Une analyste en informatique doit réduire l'expression rationnelle ci-dessous pour ensuite la programmer dans un système informatique.

$$\frac{18x^2 - 45x + 25}{6x^2 + 19x - 20} - \frac{^-94x + 49}{8x^2 + 39x + 28}$$

Réduisez cette expression en posant les restrictions afin que les dénominateurs soient différents de 0.

$$\begin{aligned}
\frac{18x^2 - 45x + 25}{6x^2 + 19x - 20} - \frac{^-94x + 49}{8x^2 + 39x + 28} &= \frac{(3x - 5)\cancel{(6x - 5)}}{\cancel{(6x - 5)}(x + 4)} - \frac{^-94x + 49}{(8x + 7)(x + 4)} \\
&= \frac{3x - 5}{x + 4} - \frac{^-94x + 49}{(8x + 7)(x + 4)} \\
&= \frac{(3x - 5)(8x + 7)}{(8x + 7)(x + 4)} - \frac{^-94x + 49}{(8x + 7)(x + 4)} \\
&= \frac{(24x^2 - 19x - 35) - (^-94x + 49)}{(8x + 7)(x + 4)} \\
&= \frac{24x^2 - 19x - 35 + 94x - 49}{(8x + 7)(x + 4)} \\
&= \frac{24x^2 + 75x - 84}{(8x + 7)(x + 4)} \\
&= \frac{3(8x - 7)\cancel{(x + 4)}}{(8x + 7)\cancel{(x + 4)}} = \frac{3(8x - 7)}{8x + 7}
\end{aligned}$$

Réponse : L'expression réduite est $\frac{3(8x - 7)}{8x + 7}$, si $x \neq {}^-4$, $x \neq {}^-\frac{7}{8}$ et $x \neq \frac{5}{6}$.

12 L'aire d'un terrain rectangulaire est définie par l'expression algébrique $(3x^2 - 3x - 11{,}25)$ m² (
dimensions, par des binômes. Sachant que le périmètre du terrain mesure 52 m, déterminez
possibilités pour la mesure de l'aire de ce terrain.

Il est possible de factoriser cette expression :

$$\begin{aligned}3x^2 - 3x - 11{,}25 &= 3(x^2 - x - 3{,}75)\\ &= 3(x^2 - x + 0{,}25 - 0{,}25 - 3{,}75)\\ &= 3((x - 0{,}5)^2 - 4)\\ &= 3(x - 0{,}5 - 2)(x - 0{,}5 + 2)\\ &= 3(x - 2{,}5)(x + 1{,}5)\end{aligned}$$

Les dimensions du terrain sont :

$(3x - 7{,}5)$ m et $(x + 1{,}5)$ m ou $(x - 2{,}5)$ m et $(3x + 4{,}5)$ m

Les possibilités pour le périmètre de ce terrain sont :

$2(3x - 7{,}5) + 2(x + 1{,}5) = 8x - 12$ ou $2(x - 2{,}5) + 2(3x + 4{,}5) = 8x + 4$

Les valeurs possibles de x sont :

$8x - 12 = 52$, $x = 8$ ou $8x + 4 = 52$, $x = 6$

L'aire du terrain, peut être :

$3x^2 - 3x - 11{,}25 = 3 \times 8^2 - 3 \times 8 - 11{,}25 = 156{,}75$ m² ou $3x^2 - 3x - 11{,}25 = 3 \times 6^2 - 3 \times 6 - 11{,}25 = 78{,}75$ m²

Réponse : L'aire de ce terrain est de 156,75 m² ou de 78,75 m².

13 L'aire d'un triangle correspond à l'expression $15x^2 + 19x + 6$ et l'aire d'un parallélogramme, à l'expression $9x^2 + 12x + 4$. Déterminez l'expression qui représente le rapport de l'aire du triangle sur celui du parallélogramme.

$$\begin{aligned}\frac{A_{\text{triangle}}}{A_{\text{parallélogramme}}} &= \frac{15x^2 + 19x + 6}{9x^2 + 12x + 4}\\ &= \frac{(5x + 3)\cancel{(3x + 2)}}{(3x + 2)^2}\\ &= \frac{5x + 3}{3x + 2}, \text{ si } x \neq -\frac{2}{3}.\end{aligned}$$

Réponse : Ce rapport des aires est représenté par $\frac{5x + 3}{3x + 2}$, si $x \neq -\frac{2}{3}$.

14 Le volume d'un prisme A correspond à l'expression $48x^2 + 76x + 30$ et celui d'un prisme B, à l'expression $32x^2 - 104x - 96$. Déterminez l'expression qui représente le rapport du volume du prisme A sur celui du prisme B.

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{48x^2 + 76x + 30}{32x^2 - 104x - 96}$$

$$= \frac{\cancel{2}(6x + 5)\cancel{(4x + 3)}}{{}_{4}\cancel{8}\cancel{(4x + 3)}(x - 4)}$$

$$= \frac{6x + 5}{4(x - 4)}, \text{ si } x \neq -\frac{3}{4} \text{ et } x \neq 4.$$

Réponse : Ce rapport des volumes est représenté par $\frac{6x + 5}{4(x - 4)}$, si $x \neq -\frac{3}{4}$ et $x \neq 4$.

15 Une élève affirme que :

$$\frac{y^2 + 6y + 9}{x^2 - 20x + 100} \times \frac{4x^2 - 43x + 30}{4xy + 12x - 3y - 9} = \frac{y - 3}{x + 10}, \text{ si } y \neq 3 \text{ et } x \neq -10$$

Confirmez ou réfutez l'affirmation de cette élève.

$$\frac{y^2 + 6y + 9}{x^2 - 20x + 100} \times \frac{4x^2 - 43x + 30}{4xy + 12x - 3y - 9} = \frac{(y + 3)^2}{(x - 10)^2} \times \frac{(4x - 3)(x - 10)}{(4x - 3)(y + 3)}$$

$$= \frac{(y + 3)^2 \cancel{(4x - 3)}\cancel{(x - 10)}}{(x - 10)^2 \cancel{(4x - 3)}\cancel{(y + 3)}}$$

$$= \frac{y + 3}{x - 10}, \text{ si } y \neq -3, x \neq \frac{3}{4} \text{ et } x \neq 10.$$

Réponse : L'affirmation de cette élève est fausse. L'expression est égale à $\frac{y + 3}{x - 10}$, si $y \neq -3$, $x \neq \frac{3}{4}$ et $x \neq 10$.

En factorisant chaque expression, il est possible de déterminer que :

$x^2 + 10,5x + 27,5 = (x + 5)(x + 5,5)$
$x^2 + 0,5x - 27,5 = (x - 5)(x + 5,5)$
$x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$

Les dimensions de la boîte sont : $(x + 5)$ cm, $(x - 5)$ cm et $(x + 5,5)$ cm.
Il existe donc trois possibilités.

① Le côté qui mesure 12 cm peut correspondre au binôme $x + 5$:

$12 = x + 5$
$x = 7$

Les deux autres côtés mesurent donc :

$x + 5,5 = 7 + 5,5 = 12,5$ cm
$x - 5 = 7 - 5 = 2$ cm

Le volume de cette boîte est de $12 \times 12,5 \times 2 = 300$ cm³.

② Le côté qui mesure 12 cm peut correspondre au binôme $x - 5$:

$12 = x - 5$
$x = 17$

Les deux autres côtés mesurent donc :

$x + 5,5 = 17 + 5,5 = 22,5$ cm
$x + 5 = 17 + 5 = 22$ cm

Le volume de cette boîte est de $12 \times 22,5 \times 22 = 5940$ cm³.

③ Le côté qui mesure 12 cm peut correspondre au binôme $x + 5,5$:

$12 = x + 5,5$
$x = 6,5$

Les deux autres côtés mesurent donc :

$x + 5 = 6,5 + 5 = 11,5$ cm
$x - 5 = 6,5 - 5 = 1,5$ cm

Le volume de cette boîte est de $12 \times 11,5 \times 1,5 = 207$ cm³.

La possibilité ② engendre le plus grand volume.

$$\frac{8x^2+40x}{4x^2-36x}\times\frac{x^2-18x+81}{x^2-25}-\frac{x^2-x-20}{x^2+8x+16}\div\frac{3x^2-19x+20}{9x^2-24x+16}$$

$$=\frac{8x(x+5)}{4x(x-9)}\times\frac{(x-9)^2}{(x+5)(x-5)}-\frac{(x+4)(x-5)}{(x+4)^2}\div\frac{(x-5)(3x-4)}{(3x-4)^2}$$

$$=\frac{8x(x+5)}{4x(x-9)}\times\frac{(x-9)^2}{(x+5)(x-5)}-\frac{(x+4)(x-5)}{(x+4)^2}\times\frac{(3x-4)^2}{(x-5)(3x-4)}$$

$$=\frac{{}^{2}\cancel{8x}\cancel{(x+5)}(x-9)^2}{\cancel{4x}\cancel{(x-9)}\cancel{(x+5)}(x-5)}-\frac{\cancel{(x+4)}\cancel{(x-5)}(3x-4)^2}{(x+4)^2\cancel{(x-5)}\cancel{(3x-4)}}$$

$$=\frac{2(x-9)}{x-5}-\frac{3x-4}{x+4}$$

$$=\frac{2(x-9)(x+4)}{(x-5)(x+4)}-\frac{(x-5)(3x-4)}{(x-5)(x+4)}$$

$$=\frac{2x^2-10x-72-(3x^2-19x+20)}{(x-5)(x+4)}$$

$$=\frac{2x^2-10x-72-3x^2+19x-20}{(x-5)(x+4)}$$

$$=\frac{-x^2+9x-92}{(x-5)(x+4)}$$

Les restrictions sont :

$4x \neq 0$, alors $x \neq 0$

$x-9 \neq 0$, alors $x \neq 9$

$x+5 \neq 0$, alors $x \neq -5$

$x-5 \neq 0$, alors $x \neq 5$

$x+4 \neq 0$, alors $x \neq -4$

$3x-4 \neq 0$, alors $x \neq \frac{4}{3}$